

Charakterisierung des reflexiven, symmetrischen und transitiven Abschlusses einer Relation mittels Zickzacks

Der reflexive, symmetrische und transitive Abschluss (im folgenden kurz Abschluss) einer Relation R ist die kleinste Relation, die R enthält und reflexiv, symmetrisch und transitiv ist. Den Abschluss kann man wie folgt konstruieren:

Ein *Zickzack in einer Relation R* ist eine endliche Folge x_1, x_2, \dots, x_n mit wenigstens einem Element, so dass $x_i R x_{i+1}$ oder $x_{i+1} R x_i$ gilt (für $i < n$). Zwei Elemente x und y sind im Abschluss genau dann in Relation gesetzt, wenn es einen Zickzack von x nach y gibt.

Aufgabe

1. Formalisieren Sie die Zickzackkonstruktion in Pvs.
2. Beweisen Sie, dass man so tatsächlich den Abschluss einer beliebigen Relation erhält.